重负载下双星 LAN Ⅰ类系统模型的性能再评价

孙丽[1], 逯昭义[2], 崔　杰[3], 刘海光[4]

(1. 青岛科技大学信息科学技术学院, 山东青岛 266061; 2. 青岛大学信息工程学院, 山东青岛 266071;
3. 南京朗讯科技通信有限公司青岛分公司, 山东青岛 266101; 4. 中国网通烟台分公司, 山东烟台 264000)

摘　要: 关于多星 LAN 数学建模的研究, 较长一个时期人们主要集中在单星 LAN. 截止目前该 LAN 中的"竞争–冲突淘汰"(Contention-Collision Cancellation, C-CC) 介质存取方式已经完成了所有模型的数学建模和性能评价. 由于数学方面存在困难, 双星 LAN 数学建模的研究突破很晚, 而且已报告的重负载下双星 LAN 的数学建模只推导了观察时点 r 系统顾客 $i>0$(重负载的条件)、观察终端 A 存在顾客的条件下, A 顾客在系统的平均时间 t_i. 本文对重负载下双星 LAN 的Ⅰ类模型进行了性能再评价, 求得了观察时点 r 系统顾客 $i>0$、观察终端 A 无顾客的条件下, 以 r 时点为起点至 A 终端第一次出现的顾客离开系统的平均时间 τ_i, 从而完善了双星 LANⅠ类模型的数学建模; 并进行了模拟实验. 本文的结论为重负载下双星 LAN 的应用完善了理论依据.

关键词: 双星 LAN; 竞争–冲突淘汰存取方式 (C-CC); 数学建模

中图分类号: TP311　文献标识码: A　文章编号: 0372-2112 (2009) 07-1428-06

Performance Revaluation of Ⅰ Type System Model for Double-Star LAN Based on Heavy Load

SUN Li-jun[1], LU Zhao-yi[2], CUI Jie[3], LIU Hai-guang[4]

(1. *School of Information Science and Technology, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao, Shandong* 266061, *China*;
2. *School of Information Engineering, Qingdao University, Qingdao, Shandong* 266071, *China*;
3. *Lucent Technologies Nanjing Telecommunications Co., Ltd., Qingdao branch, Qingdao, Shandong* 266101, *China*;
4. *Yantai branch of China Netcom Corporation, Yantai, Shandong* 264000, *China*)

Abstract: During the past long period, the mathematical modeling researches for multi-star LAN have been focusing on single-star LAN, for which all models and performance evaluation of the Contention-Collision Cancellation (C-CC) access mode have already finished. As there exists difficulty in math aspect, the breakthrough of mathematical modeling for double-star LAN is very late, and only deduced the time delay which is the mean waiting time of customers generated by the observing terminal A, on the condition that at the observing time point, there is i customers in system (i is greater than 0, i. e. based on heavy load) and terminal A has 1 customer. In this paper, the type I system model for double-star LAN based on heavy load is revaluated, and get the mean period of time from time point to the end of service for the customer generated firstly by terminal A, on the condition that at observing time point, there are i customers in system (i is greater than 0) and no customer in observing terminal A. This paper consummates the type I mathematical model for double-star LAN, and simulation. The conclusion provides the integrated theoretical foundation to the application of double-star LAN based on heavy load.

Key words: double-star LAN; contention-collision cancellation access mode; mathematical modelling

1　引言

竞争–冲突淘汰(Contention-Collision Cancellation, C-CC) 存取方式是多星 LAN 的一种介质存取方式. 根据该 LAN 的运行机理, C-CC 模型可分为Ⅰ类~Ⅵ类系统模型[1]. 截止目前, 人们已经在单星 LAN 的条件下完成了该六大类系统模型的全部数学建模和性能评价[2~7]. 但是由于数学解析方面所遇到的困难, 双星 LAN 的数学建模研究突破很晚. 目前, 仅仅报告了重负载下双星 LAN 的一种数学建模[8]. 文献[8]选择顾客离开系统的时点作为观察时点 r, 系统顾客数 $i>0$(重负载条件), 选择有顾客的某一终端 A 作为观察终端, 求出了从 r 时点开始至 A 的顾客离开系统的平均时间 t_i; 显然该文首次将 2 个服务员的情况引入Ⅰ类系统模型, 并进行了数

收稿日期: 2007-07-31; 修回日期: 2009-04-02

学建模和解析的研究, 在理论上做出了重要贡献, 但是对该模型的性能评价还不完善. 本文选择了观察时点 r 无顾客的终端作为观察终端 A, 求得了以 r 时点为起点至A 第一次产生的顾客离开系统的平均时间 τ_i, 由于 τ_i 能体现某终端产生顾客的滞留时间, 因此能够进一步评价双星 LAN 的性能. 现予以报告.

多星 LAN 的运行机理早已报告, 为解析方便不妨对双星 LAN 略作阐述. 双星 LAN 有 2 条交换通道和 N 个用户终端($N \geqslant 2$) . 2 条通道构成中心结点. 如图 1 所示. 每个终端产生的数据包在自己的缓冲区等待, 一旦中心结点有空闲通道, 就立即请求服务. 如果同时请求服务的用户终端数不大于空闲的交换通道数,就让其全部通过. 否则就会产生冲突, 中心结点从发生冲突的多路数据包中随机选择等于空闲交换通道数的数据包让其通过, 其余的数据包被淘汰. 依据超时机制, 如果数据包已被淘汰, 源终端在超时时间内未收到ACK 或 NAK 时, 就自动重新发送, 去竞争服务权. 如果数据包被目的终端正确接收(也就是服务成功) , 则源终端会收到响应包 ACK, 如果服务不成功, 则源终端收到NAK 且立即重新发送. 在Ⅰ类模型中重新发出的数据包再不参与竞争服务权, 而被原竞争而获得的通道再一次服务. 超时机制在系统模型中等效描述为:“被淘汰的顾客返回排队室等待再次请求服务”. 因为发送的数据包是“样本”,“底本”包还保留在缓冲器中, 如果超时则再复制一个“样本”包发送, 就相当于被淘汰包返回后等待再发送.

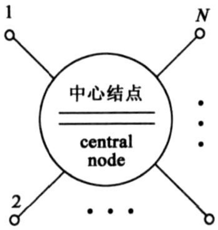

图1　双星LAN示意图

2　数学模型的建立

2.1　解析条件设定

为了便于建立数学模型, 对解析条件作如下设定:

▪将 2 个交换通道分别看作服务员 F_1 和 F_2, 将用户终端产生的数据包看作顾客. 每个顾客源有 1 个容量为 1 的缓冲器. N 个缓冲器构成 1 个大小为 N 的排队室.

▪时间离散化. 时间轴由固定大小的时隙构成. 选择时隙的原则是在每个时隙中每个终端最多只产生 1 个顾客.

▪设终端只有在无顾客、且有空闲服务员的条件下才可能产生顾客, 概率为 p_c, $0< p_c \leqslant 1$, $q_c= 1- p_c$. 顾客到达立即请求的时隙称为请求时隙, 用 Δt_r 表示.

▪服务员为顾客服务一次成功的概率为 p_s, $q_s= 1- p_s$.

▪选择顾客离开系统的时点为嵌入点, 用 r、$r+ 1$ … 表示. X_r 为 r 时点系统的状态数.

▪r 时点以前开始服务顾客在 $r+ 1$ 时点离开的的概率为 p_f.

▪选择终端 A 为观察终端, 由于讨论的是对称多队列模型, 因此本文的解析结果对任何一个终端都适用. 如果 r 时点 A 有顾客, 称其处于状态 1, 用 $A_r= 1$ 表示; 如果 r 时点 A 无顾客, 称 A 处于状态 0, 用 $A_r= 0$ 表示. 本文在重负载下, 选择状态数为 0 的某一终端为观察终端 A, 对双星 LAN 建模, 即 $X_r \geqslant 1$, $A_r= 0$.

▪S_r 为服务期, 即顾客从开始接受服务至离开系统的时间. 平均服务期 $\overline{S_r}= 1+ \dfrac{v}{p_s}$

▪如果 r~ $r+ 1$ 时点之间 A 产生顾客用 $A_1= 1$ 表示, 没有产生顾客用 $A_1= 0$ 表示. 则 $P_{ij}(A_r, A_1)$ 表示 A_r、A_1 已知条件下, r 时点至 $r+ 1$ 时点顾客数由 i 变为 j 的转移概率. 根据本文设定 $A_r= 0$, 故在本文的条件下有 $P_{ij}(A_r= 0, A_1= 0)$、$P_{ij}(A_r= 0, A_1= 1)$ 两种参数, $1 \leqslant i, j \leqslant N- 1$.

▪$T_{i(A)}$ 为在 r 时点 $X_r= i$, 且 A 状态已知的条件下, 至 A 顾客被服务结束的时间. 有 $T_{i(1)}$ 和 $T_{i(0)}$ 两种参数. $T_{i(1)}$ 已在有关文献[8]求解, 本文对 $T_{i(0)}$ 进行求解.

▪$T_{j(A)}(A_r, A_1)$ 为 $X_r> 0$、$X_{r+1}= j$, 且 A_r、A_1 已知条件下, $r+ 1$ 时点至 A 终端顾客被服务结束的时间.

2.2　转移概率 $P_{ij}(A_r= 0, A_1= 0)$ 和 $P_{ij}(A_r= 0, A_1= 1)$

由于是重负载, 所以当 $i= 0$ 或 $j= 0$ 时, $P_{ij}(A_r= 0, A_1= 0) \big|_{i= 0}= 0$, $P_{ij}(A_r= 0, A_1= 1) \big|_{j= 0}= 0$.

当 $i= 1$, $1 \leqslant j< N$ 时, 时间关系图如图 2(a) 所示. r 时点后 t_α 个时隙没有新顾客到达, 在第 $t_\alpha+ 1$ 个时隙(即 Δt_r 时隙) 有 h(重负载条件下 $h> 0$) 个顾客到达并立即请求服务. 因此 r~ $r+ 1$ 时点间只有一个时隙产生顾客, 即 Δt_r 时隙. 分析可得:

$P_{1j}(A_r= 0, A_1= 0)= P\{\Delta t_r$ 处于 r 后的第 $t_\alpha+ 1$ 时隙, 且 Δt_r 时隙产生的 h 个顾客中 A 未产生顾客, $h> 0, j= h\}$

$$= \sum_{t_\alpha= 0}^{\infty} (q_c^{N-1})^{t_\alpha} \cdot C_{N-2}^{j} p_c^{j} q_c^{N-2-j} \cdot q_c,$$

其中 $1 \leqslant j \leqslant N- 2$　(1)

$P_{1j}(A_r= 0, A_1= 1)= P\{\Delta t_r$ 处于 r 后的第 $t_\alpha+ 1$ 时隙, 且 Δt_r 时隙产生的 h 个顾客包括 A, $h> 0, j= h\}$

$$= \sum_{t_\alpha= 0}^{\infty} (q_c^{N-1})^{t_\alpha} \cdot C_{N-2}^{j-1} p_c^{j-1} q_c^{N-1-j} \cdot p_c,$$

其中 $1 \leqslant j \leqslant N- 1$　(2)

当 $i> 1$, $i- 1 \leqslant j< N$ 时, 时间关系图如图 2(b) 所示. r 时点后第 1 个时隙就是请求时隙 Δt_r, 该时隙到达了 h ($h \geqslant 0$) 个顾客. 因此 r~ $r+ 1$ 时点间只有 Δt_r 时隙可能到达顾客. 分析可得:

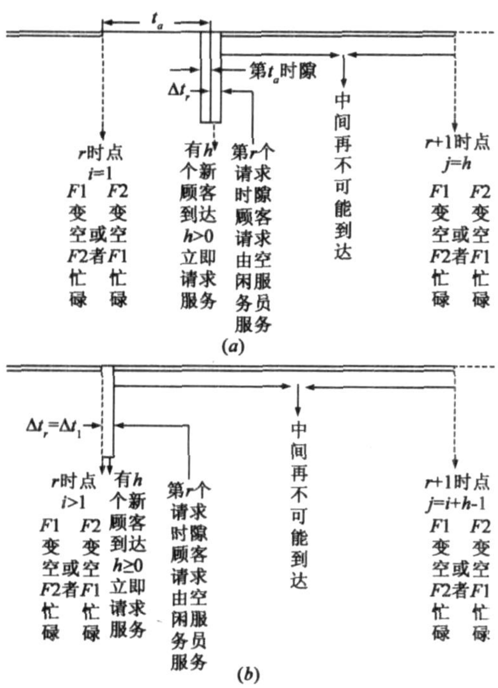

图2 时间关系图

$P_{ij}(A_r=0, A_1=0) = P\{\Delta t_r=\Delta t_1$, 且 Δt_r 时隙产生的 h 个顾客不包括A, $h\geqslant 0, j=i+h-1\}$

$= C_{N-i-1}^{j+1-i} p_c^{j+1-i} q_c^{N-2-j}\cdot q_c$,

其中 $i-1\leqslant j\leqslant N-2$ (3)

$P_{ij}(A_r=0, A_1=1) = P\{\Delta t_r=\Delta t_1$, 且 Δt_r 时隙产生的 h 个顾客包括A, $h\geqslant 1, j=i+h-1\}$

$= C_{N-i-1}^{j-i} p_c^{j-i} q_c^{N-1-j}\cdot p_c$,

其中 $i\leqslant j\leqslant N-1$ (4)

当$j<i-1$时, $P_{ij}(A_r=0, A_1=0)=0$, $P_{ij}(A_r=0, A_1=1)=0$.

2.3 $T_{j(A)}$的形成

$r+1$ 时点系统顾客数 $X_{r+1}=j$, A 终端状态已知的条件下, 从$r+1$时点至A 第一次产生的顾客离开系统的时间$T_{j(A)}$与 A_r、A_1 有关. 由于本文选择无顾客的终端A 为观察终端, 因此$A_r=0$. 分析图2, 在 $r+1$ 时点 $T_{j(A)}$可能会出现以下三种情况:

(1)当$A_r=0, A_1=0$时, A 顾客未到达. 则无论哪个顾客先离开, 在 $r+1$时点都会形成 $T_{j(0)}(A_r=0, A_1=0)$.

(2)当$A_r=0, A_1=1$时, 若 Δt_r 时隙到达的A 顾客被选中服务, 且比另一服务顾客先结束服务, 则在 $r+1$时点形成 $T_{j(0)}(A_r=0, A_1=1)$.

(3)当$A_r=0, A_1=1$时, 若 Δt_r 时隙到达的A 顾客没有被选中服务, 或被选中服务但比另一服务顾客后结束服务, 则在$r+1$时点形成 $T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1)$.

2.4 $E[T_{i(0)}]$

$E[T_{i(0)}|_{i=1}]$表示 $E[T_{i(A)}]$ 中在 r 时点$X_r=i=1$, $A_r=A=0$条件下 $T_{i(A)}$ 的期望值. 由条件知 r 时点系统顾客数为1、且$A_r=0$, 那么该时点的服务顾客必定是非A 顾客, 称之为 B 顾客. 由图2(a)可知:

(1)如果 $A_1=0$, 即 Δt_r 时隙A 顾客没有到达, 形成转移概率 $P_{1j}(A_r=0, A_1=0)$. $T_{i(0)}|_{i=1}$有以下2种情况:

(a)若 $r+1$时点离开的顾客是B 顾客, 则$T_{i(0)}|_{i=1} \overset{\text{由2.3(1)}}{=} S_{剩}+T_{j(0)}(A_r=0, A_1=0)$, $1\leqslant j\leqslant N-2$. 其中$S_{剩}$ 为r 时点被服务的顾客剩余的服务时间. 由更新过程得知 $E[S_{剩}]=\overline{S_{剩}}=\overline{S_r}$.

(b)Δt_r 时隙被选中服务的肯定是非A 顾客, 称之为 C 顾客, 若 C 顾客比B 顾客先结束服务, 则$T_{i(0)}|_{i=1} \overset{\text{由2.3(1)}}{=} t_\alpha+S_r+T_{j(0)}(A_r=0, A_1=0)$, $1\leqslant j\leqslant N-2$.

由前面的设定, 得到

$$
\begin{aligned}
&E[T_{i(0)}|_{i=1}(A_r=0, A_1=0)]\\
&= E[(S_{剩}+\sum_{j=1}^{N-2}T_{j(0)}(A_r=0, A_1=0))\cdot p_f]\\
&\quad + E[(t_\alpha+S_r+\sum_{j=1}^{N-2}T_{j(0)}(A_r=0, A_1=0))\cdot(1-p_f)]\\
&= \overline{S_r}+(1-p_f)\,\overline{t_\alpha}+E[\sum_{j=1}^{N-2}T_{j(0)}(A_r=0, A_1=0)]
\end{aligned}
$$

其中$\overline{t_\alpha}=E[t_\alpha]$. (5)

(2)如果 $A_1=1$, 即 Δt_r 时隙A 顾客到达, 形成转移概率 $P_{1j}(A_r=0, A_1=1)$. $T_{i(0)}|_{i=1}$有以下4种情况:

(a)若 Δt_r 时隙A 顾客被选中服务, 且比 B 顾客先结束服务, 则$T_{i(0)}|_{i=1}(A_r=0, A_1=1\backslash \Delta t_r$ 时隙A 被选中服务, 且比 B 先结束服务$) \overset{\text{由2.3(2)}}{=} t_\alpha+S_r+T_{j(0)}(A_r=0, A_1=1)=t_\alpha+S_r$, $1\leqslant j\leqslant N-1$.

(b)若 Δt_r 时隙A 被选中服务, 且比 B 后结束服务, 则$T_{i(0)}|_{i=1}(A_r=0, A_1=1\backslash \Delta t_r$ 时隙A 被选中服务, 且比 B 后结束服务$) \overset{\text{由2.3(3)}}{=} S_{剩}+T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1)$, $1\leqslant j\leqslant N-1$.

(c)若 Δt_r 时隙被选中服务的是C 顾客, 且比 B 后结束服务, 则$T_{i(0)}|_{i=1}(A_r=0, A_1=1\backslash \Delta t_r$ 时隙被选中服务的是C, 且比 B 后结束服务$) \overset{\text{由2.3(3)}}{=} S_{剩}+T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1)$, $2\leqslant j\leqslant N-1$.

(d)若 Δt_r 时隙被选中服务的是C 顾客, 且比 B 先结束服务, 则$T_{i(0)}|_{i=1}(A_r=0, A_1=1\backslash \Delta t_r$ 时隙被选中服务的是 C, 且比 B 先结束服务$) \overset{\text{由2.3(3)}}{=} t_\alpha+S_r+T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1)$, $2\leqslant j\leqslant N-1$.

由全概率公式, 可以得到:

$E[T_{i(0)}|_{i=1}(A_r=0, A_1=1)] = E[T_{i(0)}|_{i=1}(A_r=0, A_1=1\backslash \Delta t_r$ 时隙A 被选中服务, 且比 B 先结束服务$)\cdot P(\Delta t_r$ 时隙A 被选中服务, 且比 B 先结束服务$)] + E[T_{i(0)}|_{i=1}(A_r=0, A_1=1\backslash \Delta t_r$ 时隙A 被选中服务, 且比 B 后结束服务$)\cdot P(\Delta t_r$ 时隙A 被选中服务, 且比 B 后结

束服务)] + $E[T_{i(0)}|_{i=1}(A_r=0, A_1=1\setminus \Delta t_r$ 时隙被选中服务的是 C, 且比 B 后结束服务) • $P(\Delta t_r$ 时隙被选中服务的是 C, 且比 B 后结束服务)] + $E[T_{i(0)}|_{i=1}(A_r=0, A_1=1\setminus \Delta t_r$ 时隙被选中服务的是 C, 且比 B 先结束服务) • $P(\Delta t_r$ 时隙被选中服务的是 C, 且比 B 先结束服务)] $= E[(t_\alpha+S_r)\cdot\frac{1}{h}(1-p_f)]+E[(S_{剩}+\sum_{j=h=1}^{N-1}T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1))\cdot\frac{1}{h}p_f]+E[(S_{剩}+\sum_{j=h=2}^{N-1}T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1))\cdot(1-\frac{1}{h})p_f]+E[(t_\alpha+S_r+\sum_{j=h=2}^{N-1}T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1))\cdot(1-\frac{1}{h})(1-p_f)]=\overline{S_r}+\overline{t_\alpha}(1-p_f)+E[\sum_{j=1}^{N-1}T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1)\cdot\frac{1}{j}]\cdot p_f+E[\sum_{j=2}^{N-1}T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1)(1-\frac{1}{j})]$　(6)

综合(1)、(2)的情况, 由全概率公式得:

$$E[T_{i(0)}|_{i=1}]=E[T_{i(0)}|_{i=1}(A_r=0, A_1=0)\cdot P_{1j}(A_r=0, A_1=0)]+E[T_{i(0)}|_{i=1}(A_r=0, A_1=1)\cdot P_{1j}(A_r=0, A_1=1)] \tag{7}$$

用 τ_i 表示 $E[T_{i(0)}]$, 用 t_i 表示 $E[T_{i(1)}]$, 将式(5)、(6)代入式(7), 得到

$$\tau_1=\overline{S_r}+\overline{t_\alpha}(1-p_f)+\sum_{j=1}^{N-2}\tau_j P_{1j}(A_r=0, A_1=0)+\sum_{j=1}^{N-1}t_j P_{1j}(A_r=0, A_1=1)(1-\frac{1-p_f}{j}) \tag{8}$$

$E[T_{i(0)}|_{i>1}]$ 表示 $E[T_{i(A)}]$ 中在 r 时点 $X_r=i>1, A_r=A=0$ 条件下 $T_{i(A)}$ 的期望值. 由条件知 r 时点系统顾客数大于 1、且 $A_r=0$, 那么该时点正在被服务的顾客必定是非 A 顾客, 称之为 B 顾客. r 时点后的 Δt_r 时隙新到达的 h 个顾客和原来的 $i-1$ 个顾客都提出服务请求, 空闲服务员从中任选 1 个服务. 由图 2(b) 可知:

①如果 $A_1=0$, 即 Δt_r 时隙 A 顾客没有到达, 形成转移概率 $P_{ij}(A_r=0, A_1=0)$. $T_{i(0)}|_{i>1}$ 有以下 3 种情况:

(a') 若 $r+1$ 时点离开的顾客是 B 顾客, 则 $T_{i(0)}|_{i>1}\overset{\text{由2.3(1)}}{=}S_{剩}+T_{j(0)}(A_r=0, A_1=0)$, $i-1\leqslant j\leqslant N-2$.

(b') Δt_r 时隙被选中服务的肯定是非 A 顾客 C, 若 C 顾客比 B 顾客先结束服务, 则 $T_{i(0)}|_{i>1}\overset{\text{由2.3(1)}}{=}S_r+T_{j(0)}(A_r=0, A_1=0)$, $i-1\leqslant j\leqslant N-2$.

由前面的设定, 得到

$$E[T_{i(0)}|_{i>1}(A_r=0, A_1=0)]=E[(S_{剩}+\sum_{j=i-1}^{N-2}T_{j(0)}(A_r=0, A_1=0))\cdot p_f]+E[(S_r+\sum_{j=i-1}^{N-2}T_{j(0)}(A_r=0, A_1=0))\cdot(1-p_f)]=\overline{S_r}+E[\sum_{j=i-1}^{N-2}T_{j(0)}(A_r=0, A_1=0)] \tag{9}$$

②如果 $A_1=1$, 即 Δt_r 时隙 A 顾客到达, 形成转移概率 $P_{ij}(A_r=0, A_1=1)$. $T_{i(0)}|_{i>1}$ 有以下 4 种情况:

(a') 若 Δt_r 时隙 A 顾客被选中服务, 且比 B 顾客先结束服务, 则 $T_{i(0)}|_{i>1}(A_r=0, A_1=1\setminus \Delta t_r$ 时隙 A 被选中服务, 且比 B 先结束服务) $\overset{\text{由2.3(2)}}{=}S_r+T_{j(0)}(A_r=0, A_1=1)=S_r$, $i\leqslant j\leqslant N-1$.

(b') 若 Δt_r 时隙被选中服务的顾客(无论是否 A 顾客)比 B 后结束服务, 则 $T_{i(0)}|_{i>1}(A_r=0, A_1=1\setminus \Delta t_r$ 时隙被选中服务的顾客比 B 后结束服务) $\overset{\text{由2.3(3)}}{=}S_{剩}+T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1)$, $i\leqslant j\leqslant N-1$.

(c') 若 Δt_r 时隙被选中服务的是非 A 顾客 C, 且 C 比 B 先结束服务, 则 $T_{i(0)}|_{i>1}(A_r=0, A_1=1\setminus \Delta t_r$ 时隙被选中服务的是 C, 且 C 比 B 先结束服务) $\overset{\text{由2.3(3)}}{=}S_r+T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1)$, $i\leqslant j\leqslant N-1$.

由全概率公式, 可以得到:

$E[T_{i(0)}|_{i>1}(A_r=0, A_1=1)]=E[T_{i(0)}|_{i>1}(A_r=0, A_1=1\setminus \Delta t_r$ 时隙 A 被选中服务, 且比 B 先结束服务) • $P(A_r=0, A_1=1\setminus \Delta t_r$ 时隙 A 被选中服务, 且比 B 先结束服务)] + $E[T_{i(0)}|_{i>1}(A_r=0, A_1=1\setminus \Delta t_r$ 时隙被选中服务的顾客比 B 后结束服务) • $P(\Delta t_r$ 时隙被选中服务的顾客比 B 后结束服务)] + $E[T_{i(0)}|_{i>1}(A_r=0, A_1=1\setminus \Delta t_r$ 时隙被选中服务的是 C, 且 C 比 B 先结束服务) • $P(\Delta t_r$ 时隙被选中服务的是 C, 且 C 比 B 先结束服务)]

$$=E[S_r\cdot\frac{1}{i-1+h}(1-p_f)]+E[(S_{剩}+\sum_{j=i}^{N-1}T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1))\cdot p_f]+E[(S_r+\sum_{j=i}^{N-1}T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1))\cdot(1-\frac{1}{i-1+h})(1-p_f)]$$

$$=\overline{S_r}\cdot E[\frac{1}{i-1+h}(1-p_f)]+(\overline{S_r}+E[\sum_{j=i}^{N-1}T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1)])\cdot p_f+(\overline{S_r}+E[\sum_{j=i}^{N-1}T_{j(1)}(A_r=0, A_1=1)])\cdot E[(1-\frac{1}{i-1+h})(1-p_f)] \tag{10}$$

综合①、②的情况, 由全概率公式得:

$$E[T_{i(0)}|_{i>1}]=E[T_{i(0)}|_{i>1}(A_r=0, A_1=0)\cdot P_{ij}(A_r=0, A_1=0)]+E[T_{i(0)}|_{i>1}(A_r=0, A_1=1)\cdot P_{ij}(A_r=0, A_1=1)] \tag{11}$$

将式(9)、(10)代入式(11), 得到:

$$\tau_i=\overline{S_r}+\sum_{j=i-1}^{N-2}\tau_j P_{ij}(A_r=0, A_1=0)+\sum_{j=i}^{N-1}t_j P_{ij}(A_r=0, A_1=1)(1-\frac{1-p_f}{j}),\ 1<i<N \tag{12}$$

其中, 式(8)、(12)中的 t_j 已经求解[8], 为

$t_1=E[T_{1(1)}]=p_f\cdot\overline{S}_{剩}+(1-p_f)\cdot[\overline{t_\alpha}+\overline{S_r}+\sum_{h=1}^{N-1}t_h(A_r=$

$$1, A_1 = 0) \cdot P_{1,h}(A_r = 1, A_1 = 0)] \tag{13}$$

$$t_i = p_f \cdot \overline{S}_{剩} + (1 - p_f) \cdot \overline{S}_r + \frac{1}{i} \cdot (1 - p_f) \cdot \sum_{h=0}^{N-i} t_{(i-1+h)}(A_r = 1, A_1 = 0) \cdot P_{i,i+h-1}(A_r = 1, A_1 = 0) + (1 - \frac{1}{i}) \cdot p_f \cdot \sum_{h=0}^{N-i} t_{(i-1+h)}(A_r = 1, A_1 = 0) \cdot P_{i,i+h-1}(A_r = 1, A_1 = 0) + (1 - \frac{1}{i})(1 - \sum_{h=0}^{N-i} \frac{1}{i+h-1})(1 - p_f) \cdot \sum_{h=0}^{N-i} t_{(i-1+h)}(A_r = 1, A = 0) \cdot P_{i,i+h-1}(A_r = 1, A_1 = 0), 1 < i < N \tag{14}$$

3 数值计算及结果分析

3.1 实验流程

本文的模拟实验使用 C 语言实现, 流程如下:

(1) 各参数设置如下: $N = 60$, $p_c = 0.99$, $p_s = 0.5$, $v = 10$, $p_f = 0.9$, $\overline{t_a} = 0.01\overline{S}_r$;

(2) 根据式(1)~(4)分别求出 $P_{1j}(A_r = 0, A_1 = 0)$、$P_{1j}(A_r = 0, A_1 = 1)$、$P_{ij}(A_r = 0, A_1 = 0)$ 和 $P_{ij}(A_r = 0, A_1 = 1)$;

(3) 根据式(13)、(14)求出 t_i;

(4) 将上述各值代入式(8)、(12), 得到一个 $(N-1) \times (N-1)$ 矩阵, 利用逐次超松弛迭代法(Successive Over Relaxation, SOR 方法)求得 τ_i;

(5) 修改参数, 令 $p_c = 0.8$, 重复(2)~(4)步, 得到一组新的 τ_i 值;

(6) 画出两组 t_i 与 τ_i 的对比曲线如图 3 所示, 再将第一组 t_i 和 τ_i 曲线与文献[2]中单星 LAN Ⅰ 类系统模型在 $p_c = 0.9$ 条件下的 t_i 和 τ_i 曲线比较如图 4 所示.

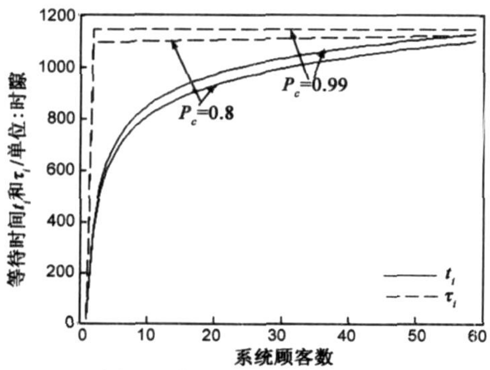

图3 双星LAN的顾客等待时间t_i和τ_i

3.2 数值分析

从图 3 可以看出, 随着 i 的增大, t_i 开始增幅较大, 但是当 $i > 10$ 之后, 曲线趋向缓和. 而对于 τ_i 来说, i 值的变化对其影响很小. $p_c = 0.8$ 的 τ_i 从 1095 增加到 1124 个时隙, $p_c = 0.99$ 的 τ_i 从 1144 增加到 1146 个时隙, 并且 p_c 取值越大 τ_i 变化越小. 这也是我们求解 τ_i 的意义: 在 p_c 取值较大的重负载下, 任意时刻观察星形 LAN, 无论系统状态怎样, 等待时间 τ_i 基本稳定在一个变化很小的区间上.

无论 p_c 如何取值, 任意一个系统顾客数 i 所对应的 τ_i 值大于 t_i 值, 并且随着 i 的增大差值越来越小, 在 $i = 59$ 附近 t_i 与 τ_i 值基本相等. $p_c = 0.99$ 的 τ_i 曲线幅值大于 $p_c = 0.8$ 的曲线, 顾客等待时间随着 p_c 的增加而增加, 这一点符合星形 LAN 物理机制的.

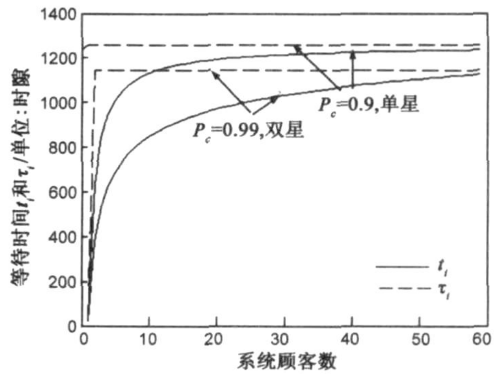

图4 单、双星LAN的顾客等待时间比较

图 4 对单星 LAN 与双星 LAN Ⅰ 类系统模型等待时间进行了比较. 单星 LAN 是一般负载 $p_c = 0.9$, 双星 LAN 是重负载 $p_c = 0.99$, 但是双星 LAN 的等待时间 t_i 与 τ_i 都远小于单星 LAN. 显然这是因为服务员增加引起的.

参考文献:

[1] 逯昭义. 竞争- 冲突淘汰存取方式Ⅰ类系统模型性能评价[J]. 电子学报, 1995, 23(9): 115- 117.

[2] Lu Z, Sun L. Mathematical model for access mode of contention-collision cancellation in a star LAN [J]. Journal of Electronics, 2004, 21(1): 34- 37.

[3] Lu Z, Lu M, Zhao D, Wang L. On the Ⅱnd model of contention-collision elimination access mode in star LAN[J]. Applied Mathematical Modelling, 2003, 27(11): 899- 911.

[4] Lu Z, Lu M, Chen Y, Liu X. A special random selective services queueing model for access to a star LAN [J]. Applied Mathematical Modelling, 1997, 21(1): 15- 20.

[5] Lu Z, Sun L, et al. The mathematical modelling for the access mode of the Ⅳth system model to a multiple star LAN[J]. Applied Mathematical Modelling, 2006, 30(4): 367- 385.

[6] Lu Z, Zhang J, Lu M. The mathematical modelling for the access mode of the Ⅴth system model to a multiple star LAN [J]. Applied Mathematical Modelling, 1999, 23(3): 231- 239.

[7] 逯昭义, 杨兴梅等. 竞争- 冲突淘汰存取方式Ⅵ类系统模型建模研究[J]. 电子学报, 2007, 35(10): 1817- 1822.

[8] 刘海光, 逯昭义, 崔杰. 重负载下双星 LAN 的一种数学模型的探讨[J]. 中国科学(E 辑), 2007, 37(6): 813- 823.

作者简介:

孙丽　　女, 1978 年生于山东省淄博市, 理学博士, 讲师. 2008 年获青岛大学系统理论专业博士学位后, 赴青岛科技大学信息科学技术学院工作. 研究方向为计算机网络体系结构、计算机网络建模与仿真、计算机网络复杂性等.

E-mail: sun_lijun@yahoo.com.cn

崔　杰　女, 1980 年生于山东省潍坊市, 硕士. 2004 年获青岛大学计算机软件与理论专业硕士学位. 现为阿尔卡特-朗讯技术工程师.

E-mail: jcui@alcatel-lucent.com

逯昭义　(通信作者) 男, 1942 年生于甘肃省天水市泰安县, 教授, 博士生导师. 1966 年兰州大学无线电物理专业毕业后留校任教, 1994 年被聘为教授、且开始享受国务院政府特贴. 1996 年被引进到青岛大学计算机系任教, 1999 年评为“山东省专业技术拔尖人才”. 已在《中国科学》等刊物发表学术论文 110 余篇, 其中被 SCI 收录 14 篇、EI 收录 26 篇, 出版《计算机通信网信息量理论》等 8 部著作. 主要研究方向: ①计算机网络体系结构, ②现代通信业务量理论, ③计算机网络复杂性等.

E-mail: luzhaoyi218@yahoo.com.cn

刘海光　男, 1980 年生于山东省烟台市, 硕士. 2006 年获青岛大学计算机软件与理论专业硕士学位. 现为烟台市网通工程师.